<u>Práctico 3 DESCARGA DE UN CAPACITOR</u>

Objetivos

1- Estudiar la relación funcional entre la diferencia de potencial en los extremos de un capacitor y el tiempo durante el proceso de descarga a través de la resistencia interna de un voltímetro.

2- Determinar: la constante de tiempo del circuito, la capacidad del capacitor y la carga eléctrica . almacenada inicialmente

Introducción

La figura [1] muestra un circuito en el que se ha conectado una resistencia en serie con un capacitor inicialmente sin carga almacenada.
Cerrando el circuito con el interruptor en la posición (a), se establece una corriente transitoria con sentido horario, que provoca el almacenamiento de carga en el capacitor, apareciendo entonces una diferencia de potencial ΔV_c entre sus placas : $\Delta V_c = q/C$.

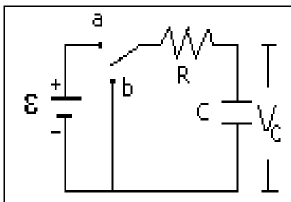


figura [1]

Cuando ΔV_c alcanza el valor de la fem, finaliza la corriente de carga y el capacitor queda cargado con una carga qo. Se verificará entonces que : $\varepsilon = qo/C$. [1]
Posteriormente, al colocar el interruptor en la posición (b), se establece una corriente transitoria con sentido antihorario a través de la cual se produce la descarga del capacitor.
Los experimentos realizados nos dicen que, durante la descarga, la diferencia de potencial en el capacitor ΔV_c varía con el tiempo t, de acuerdo con la expresión: $\Delta V_c = \Delta Vo_c .\ e^{-t/RC}$ [2] siendo R la resistencia en el circuito, C la capacidad y ΔVo_c el valor de la diferencia de potencial en t = 0.
El producto RC se llama: constante de tiempo capacitiva del circuito y se designa con la letra tau por lo que escribiremos que: $\tau = RC$.
τ tiene dimensiones de tiempo (ya que el exponente en la ecuación [2] debe ser adimensionado) y representa el tiempo que tarda el capacitor en disminuir la carga almacenada al 37 % de la carga inicial qo ya que: en $t = \tau = RC$,

$\Delta V_c = \Delta Vo_c \ .\ e^{-RC/RC} \Rightarrow \Delta V_c = \Delta Vo_c \ .e^{-1} \Rightarrow \Delta V_c = \Delta Vo_c .\ 1/e \quad \Delta V_c = \Delta Vo_c .\ 0.368$ [3]

La representación gráfica de $\Delta V_c = f$ (t) corresponde a una curva exponencial como la que aparece en la figura [2].

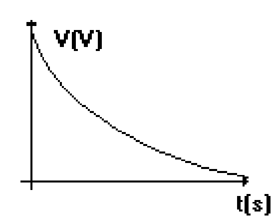


figura [2]

Procedimiento

1- Arme el circuito de la figura [3]
2- Inicie la descarga del capacitor a través de la resistencia interna del voltímetro abriendo el circuito como indica la figura [4] al mismo tiempo que comienza a registrar el tiempo.
3- Construya un cuadro de valores con las diferencias de potencial y el tiempo, y grafique $\Delta V_c = f$ (t).
4- Verifique que la curva corresponde a una exponencial. Recuerde que para ello deberá realizar una nueva gráfica haciendo el cambio de variable necesario para rectificar la curva. (Nota 1).

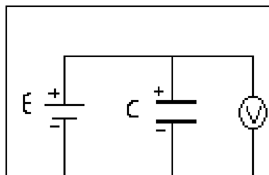


figura [3]

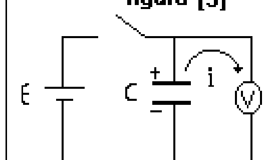


figura [4]

5- Determine τ, y a partir de allí determine C teniendo en cuenta que el voltímetro tiene una resistencia interna de 20000 Ω/V. El cálculo de τ , y posteriormente el de C, se realizará de varias formas:
 a- Determinando, por interpolación en la gráfica $\Delta V_c = f(t)$, el instante en el que el voltaje en el capacitor alcanza el valor $\Delta V_c = 0.37.\ \Delta Vo_c$, el cual corresponde, como ya se explico, al valor de τ.
 b- A partir del valor de la pendiente de la gráfica Ln ($\Delta Vo_c / \Delta V_c$) = f (t), y que τ = 1 / pendiente.
 c- A partir del área encerrada bajo el gráfico $\Delta V_c = f$ (t). (Nota 2)

Nota 1

Para establecer que la curva del gráfico $\Delta V_c = f(t)$ corresponde a la expresión: $\Delta V_c / \Delta Vo_c = e^{-t/RC}$ hay que determinar cual es el cambio de variable adecuado para conseguir rectificar la curva.

Teniendo en cuenta que la función inversa de la función exponencial es el logaritmo, aplicaremos logaritmo neperiano (que es el logaritmo en base e siendo e = 2.718.....) a ambos lados de la expresión anterior : $\mathrm{Ln}\,(\Delta V_c / \Delta Vo_c) = \ln (e^{-t/RC})$

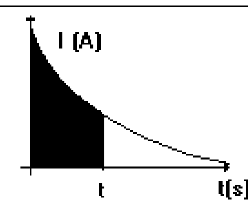
recordando que $\mathrm{Ln}\, e^x = x$, tendremos que $\mathrm{Ln}\,(\Delta V_c / \Delta Vo_c) = (-1RC)\,.t \Rightarrow \mathrm{Ln}\,(\Delta Vo_c / \Delta V_c) = (1/RC)\,.t$ [3]

Si definimos las variables: $\mathbf{y} = \mathrm{Ln}\,(\Delta Vo_c / \Delta V_c)$ y $\mathbf{x} = t$ podemos ver que la expresión anterior es de la forma $y = m.\, x$, por lo que su representación gráfica corresponde a una recta que pasa por el origen.

Si el gráfico $\mathrm{Ln}(\Delta Vo_c / \Delta V_c) = f\,(\,t\,)$ es una recta de pendiente positiva que pasa por el origen, entonces estaremos verificando la hipótesis hecha sobre la forma matemática de la función que describe la relación entre el voltaje y el tiempo en la descarga del capacitor. Además en la recta tendremos que: Pendiente = $1 / RC \Rightarrow C = 1/ R.$ Pendiente

Nota 2 Significado físico del área "bajo" el gráfico I = f(t).

Por definición $I = dq/dt \Rightarrow dq = I.\, dt$. De esto puede deducirse que el área encerrada bajo el gráfico $I= f\,(t)$, representa la carga que "circuló" por el circuito, entre los instantes de tiempo considerados. Esta carga corresponde a la que el capacitor perdió en ese intervalo de tiempo.



El capacitor sometido a una tensión ΔVo, adquiere una carga inicial $qo = C.\, \Delta Vo$.
Cuando el capacitor comienza a descargarse, se cumple para cualquier instante que la carga inicial es igual a la carga que "circuló" mas la carga "almacenada" en las placas del capacitor.

$$qo = q\,(\text{circuló}) + q\,(\text{“almacenada en placas”})$$

$$\text{siendo } q\,(\text{“almacenada”}) = qo\, e^{-t/RC} \Rightarrow qo = q(\text{“circuló”}) + qo\, e^{-t/RC}$$

$$\Rightarrow q(\text{“circulo”}) = qo - qo\, e^{-t/RC} \Rightarrow q(\text{“circulo”}) = qo\,(1 - e^{-t/RC})$$

si evaluamos la carga hasta $t = \tau = RC$

$$e^{-RC/RC} = e^{-1} = 0.3678 \Rightarrow q\,(\text{circuló}) = qo(\,1 - 0.37\,) \Rightarrow q\,(\text{circuló}) = 0.63\, qo$$

o sea que hasta τ "circuló" un 63% de la carga inicial qo, y como la carga que "circuló" es el área encerrada bajo el gráfico $i = f\,(\,t\,) \Rightarrow$ área (hasta τ) = 0.63 qo

Siendo ΔV_c la diferencia de potencial en bornes del capacitor se cumple para cualquier instante que
$\Delta V_c = R\, i \Rightarrow i\,(t) = \Delta V_c\,(t)/R$ área (i(t)) = área (ΔV_c (t)) / R = 0.63 qo

y como $qo = C\, \Delta Vo_c \Rightarrow$ área (ΔV_c (t))/R = 0.63 $C\, \Delta Vo \Rightarrow C$ = área (ΔV_c (t)) / 0.63 R ΔVo

NOTA: Ud. discutirá con su profesor criterios para el cálculo del área.